REPÚBLICA PORTUGUESA
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E INOVAÇÃO

IAVE INSTITUTO DE AVALIAÇÃO EDUCATIVA, I.P.

Exame Final Nacional de Matemática A

Prova 635 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2024

12.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 62/2023, de 25 de julho

Critérios de Classificação

11 Páginas

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

ITENS DE SELEÇÃO

As respostas aos itens de seleção podem ser classificadas de forma dicotómica ou por níveis de desempenho, de acordo com os critérios específicos. No primeiro caso, a pontuação só é atribuída às respostas corretas, sendo todas as outras respostas classificadas com zero pontos. No caso da classificação por níveis de desempenho, a cada nível corresponde uma dada pontuação, de acordo com os critérios específicos.

Nas respostas aos itens de seleção, a transcrição do texto da opção escolhida é considerada equivalente à indicação da letra ou do número correspondente.

ITENS DE CONSTRUÇÃO

Nos itens de construção, os critérios de classificação podem apresentar-se organizados apenas por níveis de desempenho, por parâmetros, com os respetivos níveis de desempenho, ou por etapas.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados apenas por níveis de desempenho, a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação. Se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados por parâmetros, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas aos parâmetros seguintes: (A) Conteúdos, (B) Linguagem Científica. A atribuição da classificação de zero pontos no parâmetro (A) implica a atribuição de zero pontos no parâmetro (B).

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados por etapas, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de classificação definidos para situações específicas.

VERSÃO DE TRABALHO

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso obrigatório das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação, num referencial, do gráfico da função ou dos gráficos das funções visualizados.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de construção cujos critérios se apresentam organizados por etapas.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto, desde que enquadrado pelos documentos curriculares de referência da disciplina (ver nota 1). O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplos: «sem recorrer à calculadora», «recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não altere o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).

VERSÃO DE TRABALHO

9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma decimal].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa, bem como a cada uma das etapas subsequentes que dela dependam, é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto: – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

Nota 1 – A título de exemplo, faz-se notar que não são aceites processos de resolução que envolvam a aplicação da regra de Cauchy, da regra de L'Hôpital ou de resultados da teoria de matrizes.

Nota 2 – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

VERSÃO DE TRABALHO

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1.1. ..... **12 pontos**

(C)

1.2. ..... **14 pontos**

Reconhecer que $[FC]$ é um diâmetro da superfície esférica que contém todos os vértices do cubo ..... 2 pontos

Reconhecer que o ponto F tem cota nula ou ordenada igual a 4 ..... 1 ponto

Reconhecer que o ponto C tem abcissa nula ..... 1 ponto

Reconhecer que as coordenadas dos pontos F e C são da forma $(-5-5k, 2-k, 14+7k)$ ..... 2 pontos

Obter o valor de k para o ponto F (-2) ..... 1 ponto

Obter as coordenadas do ponto F $((5, 4, 0))$ ..... 1 ponto

Obter o valor de k para o ponto C (-1) ..... 1 ponto

Obter as coordenadas do ponto C $((0, 3, 7))$ ..... 1 ponto

Escrever a equação cartesiana reduzida da superfície esférica ..... 4 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Determinar as coordenadas do centro da superfície esférica $\left(\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)\right)$ ..... 1 ponto

Reconhecer que o raio da superfície esférica é igual a $\frac{\sqrt{75}}{2}$ ... 1 ponto

Escrever $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\left(y-\frac{7}{2}\right)^2+\left(z-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{75}{4}$ ..... 2 pontos

2.º Processo

Reconhecer que, dado um ponto, P, da superfície esférica de diâmetro $[FC]$, esta pode ser definida por $\overrightarrow{PF} \cdot \overrightarrow{PC} = 0$ ..... 1 ponto

Obter $x^2+y^2+z^2-5x-7y-7z+12=0$ (ou equivalente) ..... 1 ponto

Obter $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\left(y-\frac{7}{2}\right)^2+\left(z-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{75}{4}$ ..... 2 pontos

VERSÃO DE TRABALHO

2. ..... **14 pontos**

Designemos por r a razão da progressão aritmética (u_n).

Escrever $u_1 + u_5 = 26$ ..... 1 ponto

Obter $2u_1 + 4r = 26$ ..... 2 pontos

Escrever $u_1 + 8r = 31$ ..... 2 pontos

Obter os valores de u_1 e de r $(7$ e $3)$ ..... 3 pontos

Obter $u_n = 3n + 4$ (ou equivalente) ..... 1 ponto

Escrever $3n + 4 = 835$ (ou equivalente) ..... 2 pontos

Obter o valor de n (277) ..... 2 pontos

Concluir que 835 é termo da progressão ..... 1 ponto

3. ..... **14 pontos**

Reconhecer que o ponto D tem coordenadas $(a, \log_{2a} a)$ ..... 1 ponto

Reconhecer que o ponto C tem coordenadas $(a + 4, \log_{2a}(a + 4))$ ..... 1 ponto

Reconhecer que $\overline{AB} = 4$ ..... 1 ponto

Reconhecer que $\overline{AD} = \log_{2a} a$ ..... 1 ponto

Reconhecer que $\overline{BC} = \log_{2a}(a + 4)$ ..... 1 ponto

Reconhecer que a área do trapézio é $\frac{\overline{AD} + \overline{BC}}{2} \times \overline{AB}$ ..... 1 ponto

Escrever $\frac{\log_{2a} a + \log_{2a}(a + 4)}{2} \times 4 = 4$ (ou equivalente) ..... 2 pontos

Obter $\log_{2a}(a^2 + 4a) = 2$ ..... 2 pontos

Obter $-3a^2 + 4a = 0$ (ou equivalente) ..... 2 pontos

Resolver a equação anterior ..... 1 ponto

Apresentar o valor pedido $\left(\frac{4}{3}\right)$ ..... 1 ponto

4. ..... **12 pontos**

I → c) II → a) III → b) IV → c)

Este item deve ser classificado de acordo com os níveis de desempenho seguintes.

Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
3	Completa o texto com as 4 opções corretas.	12
2	Completa o texto com 3 opções corretas.	8
1	Completa o texto com 2 opções corretas.	4

VERSÃO DE TRABALHO

5. ..... **14 pontos**

Escrever $\overrightarrow{QR} \bullet \overrightarrow{QP} = \| \overrightarrow{QR} \| \times \| \overrightarrow{QP} \| \times \cos(R\hat{Q}P)$ (ou equivalente) ..... 1 ponto

Reconhecer que $R\hat{Q}P = \frac{\pi}{2} - \alpha$ ..... 1 ponto

Reconhecer que $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \operatorname{sen} \alpha$ ..... 2 pontos

Reconhecer que o raio da circunferência é 3 ..... 1 ponto

Reconhecer que $[PQR]$ é um triângulo retângulo em R ..... 1 ponto

Escrever $\operatorname{sen} \alpha = \frac{\| \overrightarrow{QR} \|}{6}$ (ou equivalente) ..... 2 pontos

Obter $\| \overrightarrow{QR} \| = 6 \operatorname{sen} \alpha$ ..... 1 ponto

Obter $\overrightarrow{QR} \bullet \overrightarrow{QP} = 36 \operatorname{sen}^2 \alpha$ ..... 2 pontos

Escrever $36 \operatorname{sen}^2 \alpha = 27$ ..... 1 ponto

Obter o valor pedido $\left(\frac{\pi}{3}\right)$ ..... 2 pontos

6.1. ..... **12 pontos**

(D)

6.2. ..... **14 pontos**

Reconhecer que $\lim\limits_{x \to 0^-} g(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} g(x)$ ou $\lim\limits_{x \to 0^-} g(x) = g(0)$ ..... 1 ponto

Reconhecer que $\lim\limits_{x \to 0^+} g(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ ou $g(0) = f(0)$ ..... 1 ponto

Obter $\lim\limits_{x \to 0^+} g(x) = 2$ ou $g(0) = 2$ ..... 1 ponto

Determinar $\lim\limits_{x \to 0^-} g(x)$ ..... 7 pontos

Reconhecer que $\lim\limits_{x \to 0^-} g(x) = \lim\limits_{x \to 0^-} \frac{e^{-k}(e^x - 1)}{-x^2 + 2x}$ ..... 1 ponto

Escrever $\lim\limits_{x \to 0^-} \frac{e^{-k}(e^x - 1)}{-x^2 + 2x} = \lim\limits_{x \to 0^-} \frac{e^{-k}(e^x - 1)}{x(-x + 2)}$ ..... 1 ponto

Escrever $\lim\limits_{x \to 0^-} \frac{e^{-k}(e^x - 1)}{x(-x + 2)} = \lim\limits_{x \to 0^-} \frac{e^{-k}}{-x + 2} \times \lim\limits_{x \to 0^-} \frac{e^x - 1}{x}$ ..... 2 pontos

Escrever $\lim\limits_{x \to 0^-} \frac{e^{-k}}{-x + 2} \times \lim\limits_{x \to 0^-} \frac{e^x - 1}{x} = \frac{e^{-k}}{2} \times 1$ ..... 2 pontos

Obter $\lim\limits_{x \to 0^-} g(x) = \frac{e^{-k}}{2}$ ..... 1 ponto

Escrever $\frac{e^{-k}}{2} = 2$ (ou equivalente) ..... 1 ponto

Obter o valor pedido $(-\ln 4$, ou equivalente$)$ ..... 3 pontos

VERSÃO DE TRABALHO

7.1. ..... **12 pontos**

(D)

7.2. ..... **14 pontos**

Reconhecer que o algarismo das unidades é 2, 4 ou 6 ..... 2 pontos

Reconhecer que o algarismo das centenas de milhares é 1 ou 2 ..... 2 pontos

Determinar o número de sequências distintas em que o algarismo das centenas de milhares é 1 e o algarismo das unidades é 2 ou 4 (12) ..... 3 pontos

Determinar o número de sequências distintas em que o algarismo das centenas de milhares é 1 e o algarismo das unidades é 6 (12) ..... 3 pontos

Determinar o número de sequências distintas em que o algarismo das centenas de milhares é 2 e o algarismo das unidades é 6 (6) ..... 2 pontos

Obter o valor pedido (30) ..... 2 pontos

8. ..... **14 pontos**

Reconhecer que $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$ ..... 1 ponto

Escrever $1 - P(A) = 3\,P(B)$ (ou equivalente) ..... 1 ponto

Reconhecer que $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B})$ ..... 2 pontos

Reconhecer que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ..... 1 ponto

Obter $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)$ ..... 2 pontos

Escrever $1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) = 9\,P(A \cap B)$ ..... 1 ponto

Obter $2\,P(B) = 8\,P(A \cap B)$ (ou equivalente) ..... 2 pontos

Reconhecer que $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$ ..... 2 pontos

Obter o valor pedido $\left(\dfrac{1}{4}\right)$ ..... 2 pontos

VERSÃO DE TRABALHO

9. ..... **14 pontos**

Reconhecer que estar meio centímetro abaixo da posição de equilíbrio corresponde a um deslocamento igual a $-0{,}5$ ..... 2 pontos

Apresentar a equação $y(t) = -0{,}5$ (ou equivalente) (**ver nota 1**) ..... 3 pontos

Representar o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que permite(m) resolver a equação (**ver nota 2**) ..... 5 pontos

Assinalar o ponto relevante ..... 2 pontos

Apresentar o valor pedido $(0{,}19\ \text{s})$ ..... 2 pontos

Notas:

1. Se não for apresentada qualquer equação, a pontuação a atribuir a esta etapa é 0 pontos. As restantes etapas são pontuadas de acordo com o desempenho, desde que seja inequívoco que correspondem à resolução de uma equação que traduz corretamente o problema.

2. Se não for apresentado um referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

10. ..... **14 pontos**

Tópicos de resposta

- Justificar a falsidade da proposição **I**.
  Exemplo: Como a função f é duas vezes diferenciável em $\mathbb{R}^+$ e f' é estritamente crescente no intervalo $]0, +\infty[$, a função f'' será sempre não negativa nesse intervalo, pelo que, em $\mathbb{R}^+$, o gráfico da função f não pode ter concavidade voltada para baixo.

- Justificar a falsidade da proposição **II**.
  Exemplo: Como $f'(1) > 0$ e f' é estritamente crescente em $]0, +\infty[$, não existe qualquer zero de f' no intervalo $]1, 5[$; logo, sendo f diferenciável, não pode existir qualquer extremo da função f nesse intervalo.

Parâmetro	Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
A Conteúdos	**4**	Apresenta, de forma completa, as duas justificações solicitadas.	12
	3	Apresenta, de forma completa, uma das justificações solicitadas e, de forma incompleta, a outra justificação.	9
	2	Apresenta, de forma completa, apenas uma das justificações solicitadas. OU Apresenta, de forma incompleta, as duas justificações solicitadas.	6
	1	Apresenta, de forma incompleta, apenas uma das justificações solicitadas.	3
B Linguagem Científica	**2**	Utiliza adequadamente o vocabulário específico da Matemática.	2
	1	Utiliza, embora com uma ou mais falhas, o vocabulário específico da Matemática.	1

VERSÃO DE TRABALHO

11.1. ..... **14 pontos**

Reconhecer que as retas r e s têm o mesmo declive ..... 2 pontos

Reconhecer que o declive da reta r é igual a $g'(0)$ ..... 3 pontos

Obter $g'(0)$ (1) ..... 3 pontos

Escrever $y = x + b$ ..... 2 pontos

Reconhecer que o ponto de coordenadas $(4, 0)$ pertence à reta s ..... 1 ponto

Escrever $0 = 4 + b$ ..... 1 ponto

Obter $b = -4$ ..... 1 ponto

Apresentar a equação pedida $(y = x - 4)$ ..... 1 ponto

11.2. ..... **14 pontos**

Determinar $g''(x)$ (**ver nota 1**) ..... 2 pontos

Escrever $g''(x) = 0$ ..... 1 ponto

Determinar o zero de g'' ..... 4 pontos

Reconhecer que $\operatorname{sen}(2x) = 2 \operatorname{sen} x \cos x$ ..... 1 ponto

Obter $2 \cos x (-2 \operatorname{sen} x + 1) = 0$ ..... 1 ponto

Escrever $\cos x = 0 \ \vee \ \operatorname{sen} x = \frac{1}{2}$ ..... 1 ponto

Obter $x = \frac{\pi}{6}$ ..... 1 ponto

Apresentar um quadro de sinal de g'' e de sentido das concavidades do gráfico de g (ou equivalente) ..... 4 pontos

Apresentar o intervalo em que a concavidade do gráfico de g é voltada para cima e o intervalo em que é voltada para baixo (**ver nota 2**) ..... 2 pontos

Apresentar a abcissa do ponto de inflexão $\left(\frac{\pi}{6}\right)$ ..... 1 ponto

Notas:

1. Se for evidente a intenção de determinar a derivada da função g', a pontuação mínima a atribuir a esta etapa é 1 ponto.

2. Se for referido que o gráfico da função tem concavidade voltada para cima em $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}\right[$, em vez de $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}\right]$, e concavidade voltada para baixo em $\left]\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right[$, em vez de $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right[$, esta etapa deve ser considerada cumprida.

12. ..... **12 pontos**

(A)

VERSÃO DE TRABALHO

13. ..... **14 pontos**

Escrever $-1-\sqrt{3}\,i$ na forma trigonométrica $\left(2e^{i\frac{4\pi}{3}}\right)$ ..... 2 pontos

Escrever $\dfrac{2e^{i\frac{4\pi}{3}}}{e^{i\left(-\frac{3\pi}{4}\right)}}=2e^{i\left(\frac{4\pi}{3}+\frac{3\pi}{4}\right)}$ (ou equivalente) ..... 3 pontos

Obter $w=2e^{i\frac{\pi}{12}}$ (ou equivalente) ..... 1 ponto

Reconhecer que $z=w^6$ ..... 3 pontos

Obter $z=64i$ ..... 3 pontos

Obter o valor pedido (-64) ..... 2 pontos

14. ..... **14 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

1.º Processo

Reconhecer que $f'(a)=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ ..... 1 ponto

Escrever $f'(-a)=\lim\limits_{x\to -a}\dfrac{f(x)-f(-a)}{x+a}$ ..... 2 pontos

Reconhecer que $f(-a)=f(a)$ ..... 2 pontos

Escrever $\lim\limits_{x\to -a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x+a}\underset{y=-x}{=}\lim\limits_{y\to a}\dfrac{f(-y)-f(a)}{-y+a}$ (ou equivalente) ... 3 pontos

Escrever $\lim\limits_{y\to a}\dfrac{f(-y)-f(a)}{-y+a}=-\lim\limits_{y\to a}\dfrac{f(y)-f(a)}{y-a}$ ..... 2 pontos

Obter $f'(-a)=-f'(a)$ ..... 1 ponto

Reconhecer que $f'(-a)=-f(a)$ ..... 1 ponto

Concluir o pretendido ..... 2 pontos

VERSÃO DE TRABALHO

2.º Processo

Reconhecer que $f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ ..... 1 ponto

Escrever $f'(-a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(-a+h)-f(-a)}{h}$ ..... 2 pontos

Obter $\lim_{h\to 0}\frac{f(-a+h)-f(-a)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{f(a-h)-f(a)}{h}$ ..... 3 pontos

Escrever $\lim_{h\to 0}\frac{f(a-h)-f(a)}{h}\underset{s=-h}{=}\lim_{s\to 0}\frac{f(a+s)-f(a)}{-s}$ ..... 3 pontos

Escrever $\lim_{s\to 0}\frac{f(a+s)-f(a)}{-s}=-\lim_{s\to 0}\frac{f(a+s)-f(a)}{s}$ ..... 1 ponto

Reconhecer que $\lim_{h\to 0}\frac{f(a+(-h))-f(a)}{-h}=f'(a)$ ..... 1 ponto

Obter $f'(-a)=-f(a)$ ..... 1 ponto

Concluir o pretendido ..... 2 pontos

3.º Processo

Reconhecer que, para qualquer $x\in\mathbb{R}$, $f(-x)=f(x)$ ..... 2 pontos

Reconhecer que $[f(-x)]'=f'(x)$ (ou equivalente) ..... 2 pontos

Escrever $f'(-x)\,(-x)'=f'(x)$ ..... 4 pontos

Obter $f'(-x)=-f'(x)$ ..... 2 pontos

Reconhecer que $f'(-a)=-f(a)$ ..... 2 pontos

Concluir o pretendido ..... 2 pontos

VERSÃO DE TRABALHO

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 12 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	**1.1.**	**1.2.**	**4.**	**6.1.**	**6.2.**	**7.1.**	**7.2.**	**9.**	**10.**	**11.1.**	**12.**	**14.**	**Subtotal**
Cotação (em pontos)	12	14	12	12	14	12	14	14	14	14	12	14	**158**
Destes 6 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	**2.**		**3.**		**5.**		**8.**		**11.2.**		**13.**		**Subtotal**
Cotação (em pontos)	3 × 14 pontos												**42**
TOTAL													**200**